

ردیف	پاسخ سوالات را با خط خوش و خوانا در همین برگه بنویسید	بارم
سوالات صحیح / غلط		
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه، ضربشان خاصیت جابجائی دارد. X ب) هر ماتریس اسکالری، قطری است. ✓ پ) دترمینان A و دترمینان وارون A، وارون یکدیگرند. ✓ ت) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل دو خط متقاطع است. ✓	۱
سوالات جور کردنی		
۲	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید. الف) هر آرایش مستطیل ... از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و ستون یک ماتریس نامیده می شود. ب) ماتریسی که فقط یک ستون ... داشته باشد ماتریس ستونی گوئیم. پ) هرگاه صفحه P یک رویه مخروطی را به گونه ای قطع کند که بر محور آن عمود نباشد و با مولد موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند سطح مقطع حاصل بیضی است. ت) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، بیساز آن زاویه است. ث) هر عدد حقیقی واقع در ماتریس را درج می نامیم . ج) مجموعه نقاطی از صفحه که همه آن ها یک ویژگی مشترک داشته باشند را مکان هندسی می گوئیم.	۱/۵
سوالات تشریحی		
۳	الف) اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x+y & 1 \\ 2 & y+z \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 & x+z \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار $x+y+z$ چند است؟ $x+y = -3$ $x+z = 1$ $y+z = 5$ $\rightarrow 2x+2y+2z = 3$ $2(x+y+z) = 3$ $x+y+z = \frac{3}{2}$ ب) ماتریس مربعی A از مرتبه ۳ است. اگر $A = 3$، مقدار $3A$ کدام است؟ $3A = 3^3 A = 27 \times 3 = 81$	۲

$$[A]_{2 \times 3} = [a_{ij}] \text{ و } a_{ij} = \begin{cases} i^2 & i < j \\ 0 & i = j \\ j-1 & i > j \end{cases} \text{ و } [B]_{2 \times 3} = [b_{ij}] \text{ و } b_{ij} = \begin{cases} i & i \geq j \\ -1 & i < j \end{cases} \text{ اگر}$$

باشند، حاصل $A - 2B$ را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

۱/۵

$$A - 2B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -4 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

۴

الف) به ازای چه مقدار از m ، دستگاه جواب ندارد؟ (شرط جواب نداشتن نوشته شود).

$$\begin{cases} mx + y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \quad \frac{m}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{4}{3} \rightarrow m = -2$$

۲

ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و اسکالر باشد و $a_{11} = 4$ در این صورت $|A|$ را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad |A| = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

۵

با استفاده از ماتریس وارون جوابهای دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + 2 \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ 2 \end{bmatrix}$$

۱/۵

۶

حاصل دترمینان زیر را حساب کنید. (روش دلخواه)

برج بستان ۱

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad |A| = 1 \times (-20) + 1 \times (-1 \times 5 - 4 \times 21) = -20 - 41 = -61$$

۱

۷

اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقدار a و b را چنان بیابید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-2 & -2b-2 \end{bmatrix}$$

قطری شود.

۱/۵

۸

$$b-2=0 \Rightarrow \boxed{b=2} \quad -8+2a=0 \Rightarrow 2a=8 \Rightarrow \boxed{a=4}$$

مکان هندسی هر یک از مجموعه نقاط زیر را مشخص کنید.

الف) نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله اند. *نیمه خطها*

ب) مرکز همه دایره هایی با شعاع ثابت r ، که بر خط d در صفحه مماس اند. *خطی به موازی خط d*

پ) نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله ثابت k قرار دارند.

دایره به مرکز O به شعاع k

ت) نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ثابت k قرار دارند.

دو خط موازی به d

۹

۲

مکان هندسی نقاطی از صفحه را معین کنید که از نقاط A, B به یک فاصله باشد و از نقطه D به فاصله

2cm باشد در تعداد جواب های مسأله بحث کنید. *محل تقاطع عمود منصف AB با دایره ای به مرکز D و شعاع 2*

۳ حالت: ۱- عمود منصف خارج از دایره

۲- عمود منصف مماس با دایره

۳- عمود منصف داخل دایره (در دو نقطه قطع می کند)

۱۰

۱/۵

معادله دایره ای را بنویسید که $O(1, 2)$ مرکز آن بوده و بر خط $3x - 4y = 0$ مماس باشد.

$$r = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$r = \frac{|3 \times 1 + (-4) \times 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$r = \frac{|-5|}{5} = 1 \quad \boxed{(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1}$$

۱۱

۱/۵

وضعیت دایره و خط زیر را بررسی کنید.

$$x + y = 1$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$$

$$d = \frac{|1 \times 1 + 1 \times 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{1.41}{2} \approx 0.7$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) - 2 - 2 = 0$$

$$\boxed{(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2} \rightarrow O(1, 1) \quad r = \sqrt{2}$$

۱۲

۱/۵

اگر A و B ماتریس های 2×3 و تعویض پذیر باشند. ثابت کنید

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A+B)(A+B) = A \times A + A \times B + B \times A + B \times B = A^2 + 2AB + B^2$$

معنی تعویض پذیر می باشد. برای $A \times B = B \times A$ می نویسیم

۱۳

۱/۵