

مقدمه:

زمانی تأکید کتاب‌های درسی ریاضی بیشتر بر توانایی انجام دادن محاسبات بود. در رویکرد جدید، ضمن توجه به این هدف، تأکید اصلی بر پرورش قوه تفکر و تعقل و رشد توانایی حل مسئله است.

ساختار کتاب حاضر از دو بخش اصلی نگاه کلی به فصل و تشریح دروس تشکیل شده است؛ بخش نگاه کلی به فصل: شامل نگاه کلی به فصل، شبکه مفهومی، تصویر عنوانی، دانستنی‌هایی برای معلم، توسعه مفاهیم، نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی، معرفی منابع، رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم و جدول انتظارات عملکردی است. در شبکه مفهومی، ساختار فصل در قالب شبکه مفهومی به همراه ارتباطات موجود بین مفاهیم آن با استفاده از نمودار نمایش داده شده است، در قسمت دانستنی‌هایی برای معلم، مطالبی در خصوص حیطه دانشی مرتبط با محتوای فصل به منظور دانش‌آموزایی آموزگاران محترم آورده شده است. منظور از رابطه طولی سیر ارائه یک مفهوم از پایه اول تا قبل از پایه ششم است.

ساختار کتاب ریاضی: از سه بخش:

۱- **فعالیت‌ها** (آنچه در فعالیت‌ها به طور عمده مد نظر است آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم درس و سهیم بودن آنان در ساختن دانش موردنظر است).

فعالیت‌ها شامل مراحل ماند درک کردن، کشف کردن، حل مسئله، استدلال کردن، بررسی کردن، حدس و آزمایش، توضیح راه‌حل، مرتب کردن، قضاوت در مورد یک راه‌حل و مقایسه راه‌حل‌های مختلف است. هدایت فعالیت‌ها به عهده معلم است و فعالیت‌ها در حد متوسط طراحی شده‌اند.

۲- **کار در کلاس:** با هدف تثبیت و تعمیق و در مواردی، تعمیم یادگیری طراحی شده و انتظار این است که دانش‌آموزان بیشترین سهم را در انجام آن داشته باشند.

۳- **تمرین** (ضرورت دارد که معلم زمینه را برای طرح پاسخ‌ها و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد)

♦ **نکته:** ریاضیات به عنوان علم مطالعه الگوها و ارتباطات، هنری دارای نظم و برخوردار از سازگاری درونی، زبانی دقیق برای تعریف دقیق اصطلاحات و نمادها و ابزار کار در بسیاری از علوم و حرفه‌ها تعریف شده است.

❖ **قلمرو آموزش ریاضی:** از یک سو درک مفاهیم ریاضی شامل: اعداد و محاسبات عددی، جبر و نمایش نمادین (الگوها، رابطه‌ها، تابع‌ها) هندسه و اندازه‌گیری، داده‌ها، آمار و احتمال است.

از سوی دیگر، در این حوزه دانش‌آموزان باید با فرایندهای ریاضی نظیر حل مسئله و به کارگیری استراتژی‌های حل مسئله، مدل‌سازی مسائل واقعی و پدیده‌ها، استدلال، تفکر نقاد و استدلال منطقی، تعمیم دادن، پیش‌بینی، فرضیه‌سازی، حدسیه‌سازی و آزمون حدسیه‌ها، توضیح دادن و تبیین جواب‌ها، تأیید و تصدیق جواب‌ها، دسته‌بندی کردن، مقایسه کردن، به کارگیری الگوها، تفکر تجسمی یا دیداری و تفکر خلق، استدلال فضایی، حل کردن مسئله‌های غیر معمول، الگوهای تجسمی، تولید مسئله در قالب داستانی و بافت واقعی و تخیلی، اتصال و پیوندهای موضوعی و مفهومی ریاضی،

گفتمان ریاضی (فرهنگی و ارتباطی خواندن و نوشتن ریاضی) تصمیم‌گیری و تصمیم‌سازی، تخمین زدن و دقت یافتن آشنا شده و در آن مهارت یابند. در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگونی به دست آورند. این امر امکان درک شهودی آنان را که راهنمای عمل ریاضی دانان است، تقویت می‌کند.

❖ **حل مسئله:** حل مسئله یکی از عناصر محتواست که جایگاه ویژه‌ای در تبیین محتوای کتاب‌های ریاضی دارد. پولیا تسلط بر ریاضیات را توانایی و مهارت در حل مسئله و به معنای داشتن استقلال اندیشه، عقل سلیم و نیروی نوآفرینی دانسته. به این ترتیب نخستین و مهم‌ترین وظیفه دوره ریاضیات دبیرستانی عبارت است از تأکید بر جنبه‌های منطقی متکی بر روش حل مسئله.

❖ **طرح مسئله ریاضی:** طرح مسئله ریاضی به عنوان تولید مسائل جدید و نیز صورت‌بندی تازه‌ای از یک مسئله موجود تعریف شده است. سیلور سه نوع طرح مسئله را به نام‌های طرح مسئله‌ای که در قبل، حین یا بعد از حل مسئله رخ می‌دهد مشخص کرده است.

❖ **مزایای طرح مسئله:** ۱- استعداد در ریاضیات، شامل درک و فهم و توانایی حل مسئله ۲- نگرش‌ها نسبت به ریاضیات، شامل حس کنجکاوی و علاقه ۳- احساس مالکیت نسبت به کار خود

❖ **مسئله باز پاسخ:** در حل مسئله باز پاسخ، مسئله چندین پاسخ احتمالی خواهد داشت که می توان آن‌ها

را به چندین روش به دست آورد و تمرکز نه بر روی پاسخ مسئله بلکه بر شیوه های رسیدن به پاسخ است.

دانش آموزی که فکر میکند تنها یک «راه درست» برای حل مسئله وجود دارد ممکن است که روی مسئله خاصی مدتی فکر کند و اگر توفیقی حاصل نکرد آن را رها کند و منتظر بماند تا در کلاس تکنیک حل به او ارائه شود و این الگویی است که بیشتر دانش آموزان ما در مدرسه به کار میگیرند.

شاگردی که فکر میکند جا برای کشف ریاضی وجود دارد و از آن استفاده میکند، احتمال زیاد دارد که با مسئله بیشتر درگیر شود، پیوندهایی برای خودش پیدا کند و شاید به یک راه حل غیر منتظرهای دستیابی پیدا نماید.

❖ **استدلال و اثبات:** از جمله مهارت هایی هستند که به طور کلی در زندگی روزمره و به طور خاص در

آموزش ریاضی از جایگاه خاصی برخوردار می باشند. آشنایی با این دو فرایند در ریاضیات و توانایی به کارگیری آنها می تواند زمینه ساز تفکر منطقی در افراد باشد. قضاوت در مورد درستی یک استدلال، قضیه یا گزاره ای در ریاضیات، از فرایندی به نام اثبات نشأت می گیرد. بسیاری از محققین آموزش ریاضی بر این باورند که فرایند استدلال و اثبات برای شناخت و انجام فعالیت های ریاضی و توسعه تفکر منطقی ضروری است و یکی از ابزارهای مهم در آموزش و یادگیری ریاضیات می باشد.

❖ **گفتمان ریاضی:** سخن گفتن، نوشتن، بحث کردن، سؤال کردن، توضیح دادن، توجیه کردن و استدلال

کردن در مورد ایده ها و مفاهیم ریاضی است. گفت و گوی دانش آموزان با معلم و گفت و گوی آنها با یکدیگر چه انفرادی و چه به صورت گروهی و توضیح دادن در مورد تفکرات و نیز دفاع از ایده ها و نیز قضاوت و ارزیابی در مورد ایده های ریاضی دیگر دانش آموزان و نیز نقد و بررسی راه حل های یک مسئله در کلاس درس بخش های مهمی از فرایند گفتمان ریاضی به شمار می روند. گفتمان یک بخش ضروری از آموزش ریاضی است؛ یک راه به اشتراک گذاری ایده ها و شفاف کردن درک و فهم است. از طریق گفتمان، ایده ها تحت بازتاب، پالایش، بحث و ترمیم قرار می گیرند.

معلم در فرایند گفتمان نقش به سزایی دارد. معلم ریاضی با هدایت مؤثر گفتمان در کلاس درس با دیدگاهها، افکار، ایده ها و مشکلات و بدفهمی های دانش آموزان درباره موضوع مورد بحث آشنا می شود و در صورت اقدام

مناسب میتواند با مشارکت دانش‌آموزان به درک بهتر مفاهیم و موضوعات ریاضی و برطرف کردن بدفهمی‌ها کمک نماید. از این منظر بسیاری از مواقع گفتمان ریاضی که پس از حل یک مسئله در کلاس درس اتفاق می‌افتد اهمیتی دوچندان می‌یابد.

❖ **پیوندها و اتصالات:** وقتی دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های ریاضی را به هم مرتبط کنند عمیق‌تر و ماندگارتر می‌شود. آنها می‌توانند ارتباطات و اتصالات ریاضی را در تأثیر متقابل مباحث ریاضی، در زمینه‌هایی که ریاضی را به موضوعات دیگر مربوط می‌کند و در علایق و تجربیاتشان ببینند. از طریق آموزشی که بر ارتباط متقابل و درهم تنیدگی ایده‌های ریاضی تکیه دارد، دانش‌آموزان نه تنها ریاضیات می‌آموزند بلکه درباره فایده ریاضی هم می‌آموزند.

❖ **بازنمایی:** بازنمایی یا به نمایش در آوردن به هر دو عمل پردازش کردن و تولید کردن اشاره می‌کند. روش‌هایی که از طریق آن ایده‌های ریاضی نمایش داده می‌شوند به این دلیل که مردم چگونه و چقدر می‌توانند این ایده‌ها را بفهمند و از آنها استفاده کنند، زیربنایی و بنیادی است. نمایش و بازنمایی‌ها باید به عنوان عناصر اساسی و ضروری در حمایت کردن از درک دانش‌آموزان از مفاهیم و روابط ریاضی تلقی گردد و همچنین در تبادل اطلاعات و تبادل نظر کردن درباره رویکردهای ریاضی، بحث و جدل‌ها و استدلال‌های ریاضی و ادراک خود نمایش‌ها و بازنمایی‌های دیگر به عنوان عناصر اصلی و واجب قلمداد شوند. در تشخیص دادن و شناسایی ارتباط‌ها و پیوندهای میان مفاهیم مرتبط ریاضی و در به کارگیری ریاضیات برای موقعیت‌های واقعی مسئله از طریق مدل‌سازی نیز باید بازنمایی‌ها به عنوان عناصر اصلی و ضروری قلمداد شوند.

فصل اول:

❖ **الگوهای عددی:** هدف از آن این است که یادگیرنده دانش موجود خود را با موقعیت‌های به ظاهر متفاوت تطبیق دهد و قاعده کلی آن را کشف کند. پیش‌بینی کردن و تعمیم دادن بخش از مفاهیم اصلی الگو به شمار می‌رود. در حقیقت آموختن الگوها و چگونگی بیان آنها یکی از روش‌های تفکر جبری است.

الگوهای تکرار شونده اولین الگوهای هستند که با آن آشنا می‌شوند و آنچه در این الگوها اهمیت دارد درک هسته الگو است. هسته الگو زنجیره‌ای از عناصر است که تکرار می‌شوند.

❖ **نکته:** درک کامل از الگوهای تکرار شونده زمای اتفاق می‌افتد که دانش‌آموزان دریابند دو الگویی که با مواد و عناصر مختلف ساخته شده‌اند می‌توانند از لحاظ ریاضی ویژگی‌های یکسانی داشته باشند و در واقع یک الگو هستند.

❖ **الگوی افزایشی - کاهششی:** در این الگوها از یک مرحله به مرحله بعد با نظم و قاعده مشخصی تغییر می‌کنند. در آموزش این الگوها باید قاعده‌ای کلی را کشف کنند که بتوانند الگو را در هر مرحله توصیف و پیش بینی کنند و آن را تعمیم دهند.

۱- معلم از دانش‌آموزان خواست با رسم الگویی، اعداد زوج را نشان دهند. الگوی چند دانش‌آموز را در زیر می‌بینید.
شکل بعدی هر الگو را رسم کنید.
محمد:

تعداد چوب کبریت‌ها در الگوی بالا برابر اعداد زوج است.

علی:

ریات در هر بار پرش روی محور، دو واحد به جلو می‌رود.

حسین:

تعداد دایره‌ها در الگوی بالا برابر اعداد زوج است.

۷ عدد چوب کبریت ۵ عدد چوب کبریت ۳ عدد چوب کبریت ۱ عدد چوب کبریت

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۴)

❖ **تعمیم در الگوهای افزایشی - کاهش:** ۱- دانش آموز با بیان رابطه بازگشتی یعنی با استفاده از درک رابطه هر جمله الگو با جمله قبلی قادر به پیش بینی ادامه الگو هستند. ۲- در این روش دانش آموز به دنبال قاعده کلی با استفاده از رابطه بین شماره جمله و تعداد عناصر هر جمله هستند که با کشف این رابطه می توانند جملات دور الگو را نیز پیش بینی کنند. برای مثال بدون دانستن جمله ۹۹ می توانند جمله ۱۰۰ را توصیف کنند.

اعداد صحیح: کمیت هایی که دارای علامت باشند با این اعداد نمایش داده می شوند و شامل دو موضوع مقدار و علامت هستند. اعداد صحیح در زمینه های مختلفی مانند دما، ارتفاع، و پول ظاهر می شوند.

معرفی اعداد صحیح: ۱- کمیت: تعداد گل خورده و زده در مسابقه فوتبال و همچنین بازی هایی که دارای امتیاز مثبت و منفی هستند از مدل کمی محسوب می شوند ۲- خطی (محور اعداد): زمینه هایی مانند دما و ارتفاع جزء مدل های خطی به حساب می آیند.

❖ **روند ارائه عدد نویسی:**

◀ **عدد نویسی در پایه اول:** ۱- عدد را به عنوان پاسخی برای سؤال های « چندتا » و « چندمین » درک می کنند ۲- درک عامل های سازنده اعداد تا ۱۰ (عامل های جمعی) ۳- شمارش با ابزار های مختلف ۴- مقایسه اعداد ۵- نماد اعداد (۰ تا ۹) ۶- آموزش نماد ۱۰ تا ۹۹ با جدول ارزش مکانی به وسیله شمارش ۷- نوشتن اعداد تا ۹۹ به حروف

◀ **عدد نویسی در پایه دوم:** ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا هزار ۲- تعمیق مفهوم ارزش مکانی

۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد سه رقمی ۴- آشنایی با مفهوم تقریب و تقریب اعداد به کمک محور

◀ **عدد نویسی در پایه سوم:** ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا هزار ۲- تعمیق مفهوم ارزش مکانی ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد تا چهار رقمی ۴- حس بزرگی عدد هزار ۵- آشنایی با روش های برای تقریب اعداد

◀ **عددنویسی در پایه چهارم: ۱** - گسترش جدول ارزش مکانی تا طبقه میلیون ۲ - مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد ۹ رقمی ۳ - حس بزرگی عدد میلیون ۴ - تقریب زدن اعداد با روش گرد کردن با تقریب مشخص

◀ **عددنویسی در پایه پنجم: ۱** - گسترش جدول ارزش مکانی تا طبقه میلیارد ۲ - درک رابطه ستون های جدول ارزش مکانی ۳ - مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد ۱۲ رقمی ۴ - حس بزرگی عدد میلیارد ۵ - تقریب زدن اعداد با روش گرد کردن و قطع کردن

❖ روند ارائه الگویابی:

◀ **الگویابی در پایه اول: ۱** - درک مفهوم الگو ۲ - پیش بینی کردن ادامه الگو بعد از کشف قانون الگو ۳ - درک واحد تکرار و مشخص کردن آن در الگوهای تکرار شونده ۴ - معرفی الگوهای عددی از طریق شمارش چندتا چندتا و ارتباط آن با الگوهای هندسی

◀ **الگویابی در پایه دوم: ۱** - تعمیم الگوهای هندسی با رسم شکل و الگوهای عددی با شمارش ۲ - آموزش الگوهای عددی دو مرحله ای

◀ **الگویابی در پایه سوم: ۱** - برقراری ارتباط بین الگوهای عددی و هندسی و پیش بینی ادامه الگوها با استفاده از رسم شکل ۲ - آموزش ماشین های ورودی - خروجی و ارتباط آن با ضابطه الگو

◀ **الگویابی در پایه چهارم: ۱** - پیش بینی ادامه الگوها با استفاده از ضابطه الگو برای جملات دور ۲ - آموزش ماشین های ورودی - خروجی و ارتباط آن با ضابطه الگو

◀ **الگویابی در پایه پنجم: ۱** - پیش بینی ادامه الگوها با استفاده از ضابطه الگو برای جملات دور

☞ درس اول: الگوهای عددی

فعالیت ۱ (ص ۲): هدف از آموزش الگوها در کتاب ششم این است که بتوانند قاعده کشف شده را با استفاده از عبارات فارسی و نمادهایی مانند \triangle ، \square ، \bigcirc و... بیان کنند و یک قاعده کلی عمومی برای الگو بیابند.

در این مرحله رابطه های بازگشتی مدنظر نیست، بلکه به دنبال رابطه های هستیم که ارتباط تعداد عناصر هر مرحله از الگو را با شماره آن نشان دهد.

❖ **توصیه های آموزشی:** ۱- توانایی بیان رابطه کلی در الگوها با عبارات فارسی یا ریاضی با نماد های فوق مهارتی فراتر از درک الگو و توانایی تعمیم دادن آن است. یعنی ممکن است دانش آموزی الگو و نظم موجود در آن را کاملا درک کرده باشد اما نتواند این نظم را در قالب عبارات بیان کند. ۲- در بررسی الگوها، طرح ایده های مختلف و بیان عبارت های ریاضی متناسب با این ایده ها، فرصتی غنی برای تمرین تفکر جبری است چرا که درمی یابند عبارت های ریاضی به ظاهر متفاوت برای یک الگو دارای نتایج یکسانی هستند.

❖ **بدهمی های رایج:** ۱- مهم ترین بدهمی این است که بین دو جمله متوالی یک الگو رابطه ای کشف کنند و بدون اینکه آن را برای جمله های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می برند درحالی که ممکن است برای جمله های بعدی صدق نکند؛ برای رفع این مشکل رابطه بیان شده را در تمام جمله های داده شده از الگو امتحان کنید. ۲- بدهمی دیگر این است که دانش آموزان تصور می کنند نسبت تعداد عناصر هر دو جمله، برابر با نسبت شماره آن دو جمله است برای مثال برای پیدا کردن تعداد عناصر جمله دهم، تعداد عناصر جمله پنجم را دو برابر می کنند. برای رفع این مشکل بازنمایی جدول مناسب است.

🔗 درس دوم: یادآوری عددنویسی

❖ **اهداف:** ۱- مرور و یادآوری عددنویسی و گسترده نویسی اعداد تا مرتبهٔ میلیارد ۲- کاربرد اعداد در دنیای واقعی ۳- نمایش تقریبی اعداد روی محور ۴- درک صحیح از بزرگی اعداد ۵- برطرف کردن بدهمی های رایج در عددنویسی

در این درس جدول ارزش مکانی همراه با مرتبه های اعشاری رسم شده است و هدف از آن درک روابط بین ستون های جدول ارزش مکانی و الگوهای موجود در آن است.

❖ **نکته:** هدف از سوال های کاردر کلاس، ارائه مثال های واقعی و نمایاندن کاربرد اعداد در دنیای واقعی و چالش کشیدن درک عددی است.

سوال ۳ کار در کلاس (ص ۸): نمایش تقریبی اعداد روی محور درک عددی خوبی به دانش آموزان می دهد زیرا آنها برای نشان دادن اعداد روی محور باید با توجه به مقیاس محور عمل کنند.